Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

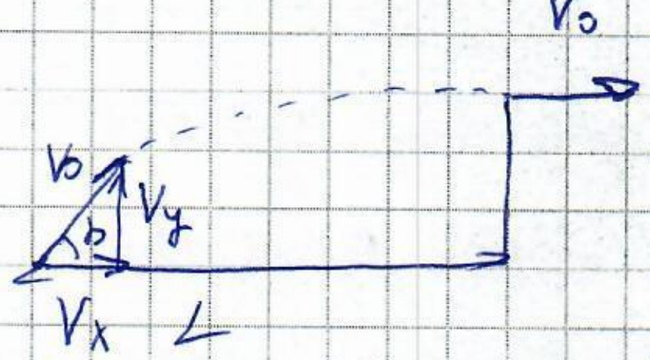
Для билета

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 5

№1



($V_y = V_0 \sin b$; $V_x = V_0 \cos b$)

b - угол броска.

V_x - скорость по горизонтали

V_y - скорость по вертикали

Т.к через время t скорость по вертикали равна 0, то верно соотношение:

$V_y = gt$; $V_0 \sin b = gt$

Также очевидно, что $L = \frac{V_0^2 - V_x^2}{2a} = \frac{V_0^2 - V_0^2 \cos^2 b}{2a} = \frac{V_0^2 \sin^2 b}{2a}$

$V_0^2 \sin^2 b = g^2 t^2$. Значит $L = \frac{g^2 t^2}{2a} \rightarrow a = \frac{g^2 t^2}{2L} = 5 м/с^2$

Зная L найдем: $L = V_x t + \frac{a t^2}{2} \rightarrow V_x t = L - \frac{a t^2}{2}$

Значит $V_x = \frac{4L^2 - g^2 t^4}{4Lt}$

Найдем V_0: $V_0 = V_x + at = \frac{4L^2 - g^2 t^4}{4Lt} + \frac{g^2 t^3}{2L} =$

$\frac{4L^2 + g^2 t^4}{4Lt} = 10 м/с$. Ответ: $a = 5 м/с^2$, $V_0 = 10 \frac{м}{с}$

№2 Пусть планета вращается с угловой скоростью w. Тогда у первого спутника w_1. $w_1 - w = 0$ где $w_1 - w$ - относительная угловая скорость в СО планеты.

Тогда $w_1 = w$. Аналогичное рассуждение применимы и к w_2 - угловой скорости 2 спутника. $w_2 - w = w$. Т.К за сутки он делает ровно 1 оборот вокруг планеты (он вернется в начальный момент и ровно через сутки).

Тогда $w_2 = 2w$.

$a_{ус1} = \frac{GM}{R^2} = w_1^2 R$ где R - расстояние до от 1 спутника до центра планет

$a_{ус2} = \frac{GM}{r_1^2} = w_2^2 r_1$ $a_{ус1}$ - центростремит. ускорение 1 спутника, M - масса планеты

$a_{ус2}$ - центростремит. ускорение 2 спутника, r_1 - расстояние до центра планеты для 2 спутника

Тогда $GM = w_1^2 R^3$. $GM = w_2^2 r^3$

Т.е $w_1^2 R^3 = w_2^2 r^3 \Rightarrow w^2 R^3 = 4 w^2 r^3$

или $R^3 = 4r^3$ т.е $R = r_1 \sqrt[3]{4}$

~~Тогда ΔR - расстояние~~

$R = R_1 + R_n$ где R_1 - радиус орбиты 1 спутника

$r_1 = r + R_n$ а R_n - радиус планеты.

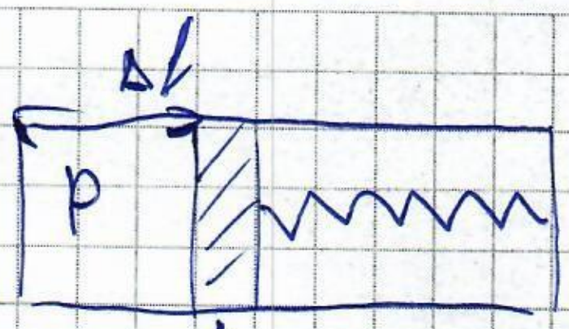
Тогда ΔR - расстояние между спутниками равно $\Delta R = R - r_1 = r_1 (\sqrt[3]{4} - 1) = (r + R_n)(\sqrt[3]{4} - 1)$

Чтобы ΔR было минимальным $R_n \to 0$. Тогда.

$\Delta R = r (\sqrt[3]{4} - 1)$ Ответ: $\Delta R = r (\sqrt[3]{4} - 1)$

olymp.bmstu.ru

л°4



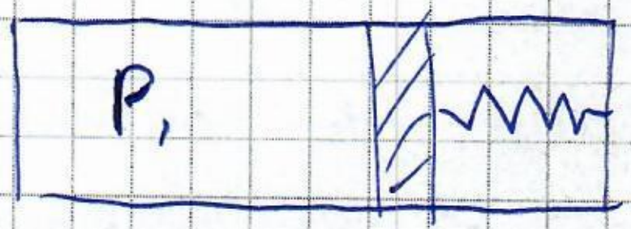
т.к пружина деформирована, то $PS = k\Delta l$, где k - жесткость пружины.

С другой стороны запишем закон Менделеева-Клапейрона

$P\Delta lS = \nu RT_0$ T_0 - начальная температура.

Аналогично с второго случая:

$P_1 S = 3k\Delta l$, $P_1 \cdot 3\Delta lS = \nu RT_1$, - T_1 - температура, до которой нагрели сосуд



подставим в

Итого имеем: $PS = k\Delta l$; $P\Delta lS = \nu RT_0 \rightarrow k\Delta l^2 = \nu RT_0$

$P_1 S = 3k\Delta l$; $P_1 \cdot 3\Delta lS = \nu RT_1 \rightarrow 9k\Delta l^2 = \nu RT_1$,

Очевидно, что $Q = \Delta U + A$; $\Delta U = \frac{3}{2}(\nu RT_1 - \nu RT_0) =$

$\frac{3}{2}(9k\Delta l^2 - k\Delta l^2) = \frac{3}{2} \cdot 8k\Delta l^2 = 12k\Delta l^2$

$A = E_{n_1} - E_{n_0}$ E_{n_1}, E_{n_0} - потенциальные энергии пружины после нагревания и до соответственно.

$E_{n_1} = \frac{k \cdot (3\Delta l)^2}{2}$; $E_{n_0} = \frac{k\Delta l^2}{2}$. Т.е $A = \frac{k\Delta l^2}{2}(8) = 4k\Delta l^2$

т.е $\Delta U = 12 k \Delta t^2$, а $A = 4 k \Delta t^2$. Т.е

$\Delta U = 3A$. Значит $Q = \Delta U + A = 4A \rightarrow$

$\rightarrow A = \frac{Q}{4} = \frac{12 \cdot 10^3}{4} = 3$ кДж.

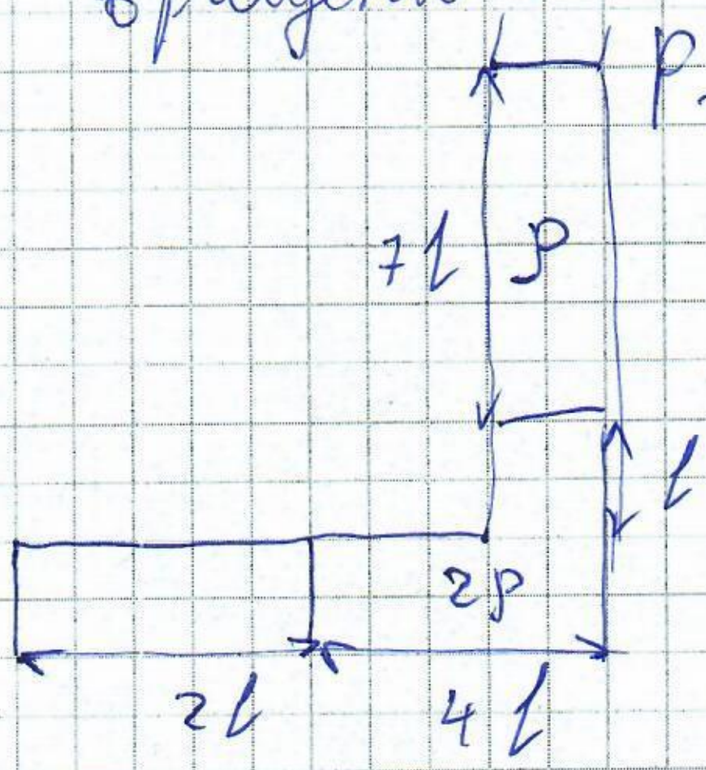
Ответ: $A = 3$ кДж.

№5 Пусть P_1 - давление жидкости на дно в начальный момент времени: $P_1 = 7l \cdot g\rho = 7g\rho l$.

$P_в$ - давление в пузырьке воздуха. Чтобы система была в равновесии необходимо, чтобы

$P_в = P_1 = 7g\rho l$.

Пусть P_2 - давление, ~~когда~~ на дно в момент вращения:



$P_2 = 7g\rho l + 2p \cdot gl = 9g\rho l$

Т.к давление $P_в$ подчиняется закону состояния идеального газа ~~по~~ при постоянной температуре, то $P_в$ давление пузырька в момент вращения будет в $2\frac{l}{l}$ раз меньше или в 2 раза.

Т.е P_{3F} - давление от вращения и пузырька воздуха.

$P_3 = \frac{P_в}{2} + P_n$ где P_n - давление от вращения

$P_n = \frac{F_y}{S}$ F_y - центробежная сила (S - площадь сечения трубки)

$F_y = \omega^2 \cdot 4l \cdot 2p \cdot m$.

olymp.bmstu.ru

где r - расстояние от оси OO' до центра тяжести горизонтальной части жидкости (которого $2p$), а m ~~масса~~ масса

$m = 2p \cdot 4l \cdot S$ где S -

т.е $F_y = w^2 \cdot 32 l^2 \rho S$

тогда $P_n = 32 w^2 \rho l^2$

Подставим в P_3: $P_3 = \frac{P_b}{2} + 32 w^2 \rho l^2$

т.к $P_b = P_1 = 7 g \rho l$ то $\frac{P_b}{2} = 3{,}5 g \rho l$

Из равновесия системы $P_3 = P_2$

т.е $9 g \rho l = 3{,}5 g \rho l + 32 w^2 \rho l^2$

или: $11 g \rho l = 64 w^2 \rho l^2$

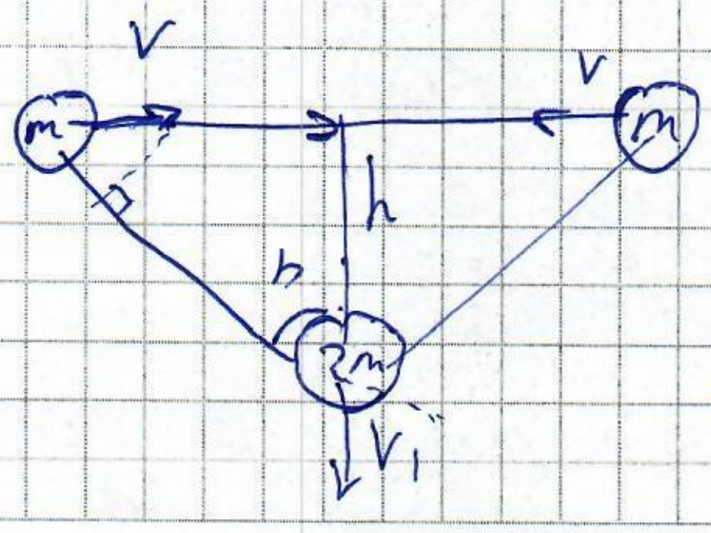
$11 g = 64 w^2 l$

т.е $w^2 = \frac{11 g}{64 l}$

т.е $w = \sqrt{\frac{11 g}{64 l}}$

Ответ: $w = \sqrt{\frac{11 g}{64 l}}$

№6



Пусть b - угол между нитью и вертикалью

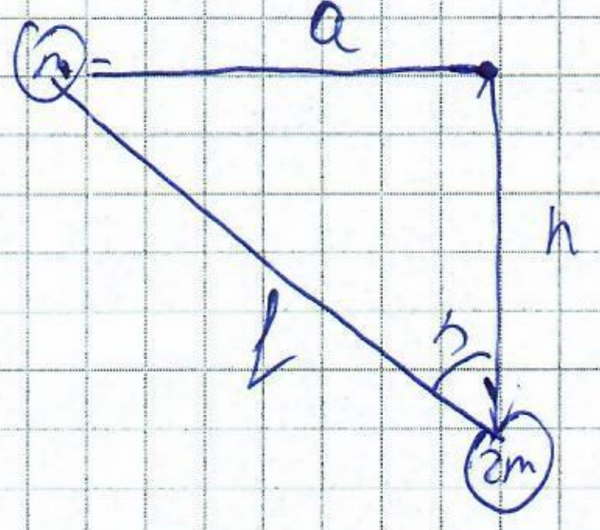
Заметим, что скорость бусинок массой m равна

в силу симметрии (p_x - импульс по оси X $p_x = 0$ т.к см по $\pm$ оси X нет)

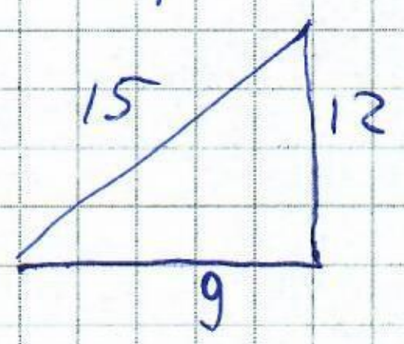
Т.к конь перемещается, то $V \sin b = V_1 \cos b$

Т.е $V_1 = V \operatorname{tg} b$.

Рассмотрим наш треугольник:



Этот треугольник с углом b сокращенно вида: , т.е. египетский



Значит $\operatorname{tg} b = \frac{a}{h} = \frac{0,6}{0,45} = \frac{4}{3}$. Т.е $V_1 = \frac{4}{3} V$

Тогда запишем ЗСЭ:

$$\frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + \frac{2mV_1^2}{2} = 2mgh$$

$$V^2 + V_1^2 = 2gh$$

$$V^2 + \frac{16}{9} V^2 = 2gh$$

Т.е $\frac{25}{9} V^2 = 2gh \Rightarrow V^2 = \frac{9}{25} \cdot 2gh$

$$V = \frac{3}{5} \sqrt{2gh}$$

Очевидно, что соотношение для скоростей работает в любой момент времени, а значит оно еще и работает для отношения ускорений

Т.е если a, a_1 - ускорение бусинки m и 2m соответственно то

$\frac{a}{a_1} = \frac{V}{V_1} = \frac{3}{4}$ Тогда запишем закон Ньютона для бруска массой m и 2m

$T\sin\beta = ma$ т.е $T\sin\beta = ma$

$2mg - 2T\cos\beta = 2ma,$ $mg - T\cos\beta = ma,$

Поделим одно на другое и получим $\frac{T\sin\beta}{mg - T\cos\beta} = \frac{a}{a_1} = \frac{3}{4}$

т.е $4T\sin\beta = 3mg - 3T\cos\beta$

$T(4\sin\beta + 3\cos\beta) = 3mg$

$T = \frac{3mg}{4\sin\beta + 3\cos\beta} = \frac{3 \cdot 0{,}1 \cdot 10}{\frac{16}{5} + \frac{9}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{25} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ Н

Ответ: $V = \frac{3}{5}\sqrt{2gh}$; $T = 0{,}6$ Н

Ситуационная задача. Запишем реакцию окисления алюминия

$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$

т.е $\frac{\nu_{Al}}{\nu_{O_2}} = \frac{4}{3}$ (исходя из хим. реакции)

$\nu_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}}$ где m_{O_2} - масса, вступившего в реакцию O_2. $m_{O_2} = \frac{m}{2} = 0{,}36$ г.

(M_{O_2}, M_{Al} молярная масса O_2 и Al соответственно)

Получается, что $m_{Al} = \nu_{Al} \cdot M_{Al} = \frac{4}{3}\nu_{O_2} \cdot M_{Al} =$

$\frac{4}{3} \cdot \frac{m}{2M_{O_2}} \cdot M_{Al} = \frac{2 m M_{Al}}{3 M_{O_2}} = \frac{2 \cdot 0{,}72 \cdot 27 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 36 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-3} = 0{,}36 \cdot 10^{-3}$

$= 0{,}36$ г.

Т.е необходимо 0,36 г алюминия

Перейдем к реакции: $4Al + 3O_2 \to 2Al_2O_3$

Получается $\frac{m_{Al}}{m_1} = \frac{\nu_{Al}}{\nu_1} = 2$ где ν_1 - кол-во молей

оксида.

Т.е $\frac{m_{Al}}{M_{Al}} \cdot \frac{M_1}{m_1} = \frac{m_{Al} \cdot M_1}{M_{Al} \cdot m_1} = 2$ где M_1 - молярная

масса окс

Т.е $m_1 = \frac{m_{Al} M_1}{2 M_{Al}}$

Пусть на поле энергии ~~нет~~ в-во с T : 0 k

Тогда энергию кислорода можно выразить как

$E_{O_2} = C_{O_2} \frac{m}{2} T$ где T - начальная температура O_2

с C_{O_2} - теплоемкость кислород.

Тогда $E_{Al_2O_3} = m_1 T_1 \cdot C_1$ где T_1 - температура оксид.

C_1 - его теплоемк.

и где Q - энергия, которая выделилась пр

распаде O_2 на ~~одна~~ атомы.

$Q = q \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{m}{2} = \frac{m q}{10 M_{O_2}}$ где q - энергия ~~диссоциации~~

диссоциации.

молекул O_2

Тогда $E_{общ} = Q + E_{O_2} + E_{Al_2O_3} = \frac{m}{2} c_{O_2} T_y + m_1 T_y c_1$,

где T_y - установившаяся температура

olymp.bmstu.ru

Тогда $T_y = \frac{E_{об}}{\frac{m C_{O_2}}{2} + m_1 C_1} = \frac{E_{O_2} + E_{Al_2O_3} + Q}{\frac{m C_{O_2}}{2} + m_1 C_1}$

Пусть P - искомое максимальное давление

$P = P_1 + P_2$ где P_1 - давление от одноатомного кислорода, а P_2 - от двухатомного.

Запишем уравнение Менделеева - Клапейрона.

$P_1 V = \frac{m}{10 M_o} R T_y$; $P_2 V = \frac{4 m}{10 M_{O_2}} R T_y$

(M_o - молярная масса одноатомного кислорода)

$M_{O_2} = 2 M_o$

Тогда $P_1 = \frac{m R T_y}{10 M_o V}$; $P_2 = \frac{2 m R T_y}{10 M_o V}$

Т. е $P = P_1 + P_2 = \frac{3 m R}{10 M_o V}(T_y) = \frac{3 m R}{10 M_o V} \cdot \frac{(E_{O_2} + E_{Al_2O_3} + Q)}{\frac{m C_{O_2}}{2} + m_1 C_1}$

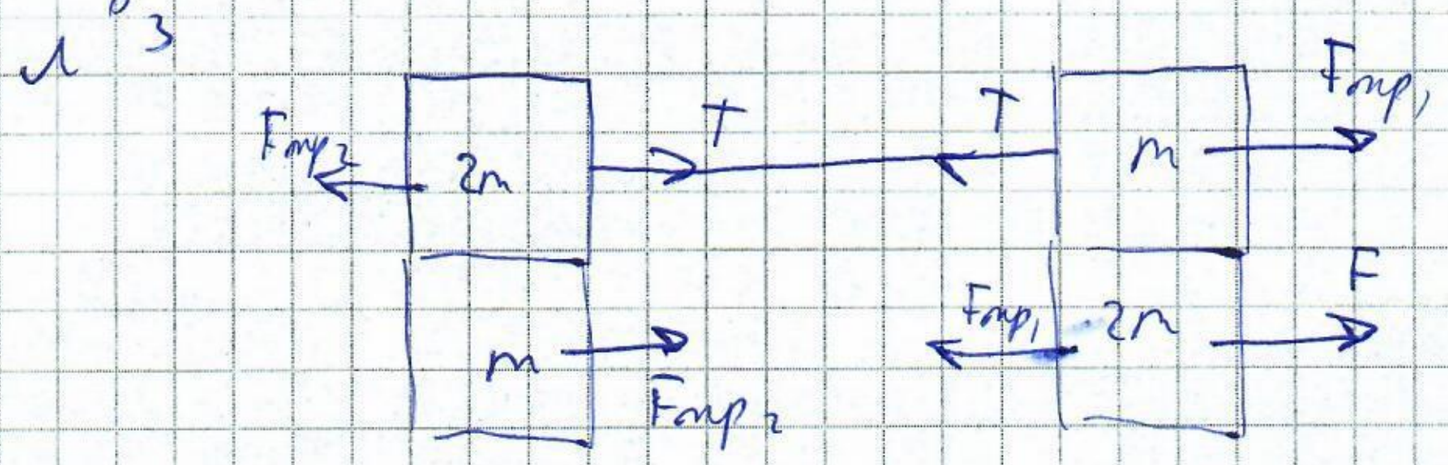
Посчитаем m_1; $m_1 = \frac{m_{Al} \cdot M_1}{2 M_{Al}} = \frac{0{,}36 \cdot 10^3}{2 \cdot 27} = 0{,}68$ г.

Выведем общую формулу для давления P

$$P = \frac{3nR\left(\frac{C_{O_2} m T}{10 M_0 V\left(\frac{mC_{O_2} + m_1 C_1}{2}\right)}\right)\left(\frac{C_{O_2} m T}{2} + m_1 C_1 T_1 + \frac{9m}{10 M_{O_2}}\right)}{}$$

$P \approx 401,55$ Па $\quad 401593$ Па. $\approx$ ~~400 кПа~~ 400 кПа ~~0,4 МПа~~

Ответ: $m_{ал} = 0,36$ г ; $P \approx 400$ кПа



$F_{тр_1}$ - сила трения от бруска m справа.

$F_{тр_1} \leq \mu mg = 10$ Н

$F_{тр}$ Как видно из величин. если $F > 10$ Н то нижний кубик ~~б~~ сдвинется а верхний заклинет. т.к $F_{тр_1} = T$ ~~б~~

Что же касается кубиков слева, то ~~б~~ верхний не не сдвинется т.к T ~~б~~ $\leq$ ~~$F_{тр_2}$~~ $2m\mu g$ а $F_{тр_2} \geq 2m\mu g = 20$ Н. Т.к верхний не сдвинется, то и нижний не сдвинется Т.е конструкция начнет разрушаться при $F > 10$ Н не при t $t \neq 12$ с

Ответ: при $t > 12$ с. Т.е разрушение начнется в момент $t = 12$ с.

olymp.bmstu.ru